

doi:10.3969/j.issn.1001-8352.2020.06.010

# 基于匹配追踪算法的立井爆破信号时频特征提取<sup>\*</sup>

付晓强<sup>①②</sup> 黄凌君<sup>①②</sup> 张仁巍<sup>①②</sup> 秦双双<sup>①②</sup> 刘 静<sup>①②</sup>

①三明学院建筑工程学院(福建三明,365004)

②三明学院工程材料与结构加固福建省高等学校重点实验室(福建三明,365004)

**[摘 要]** 在对立井爆破过程中井壁振动信号进行准确采集的基础上,采用匹配追踪(matching pursuit, MP)算法建立 Gabor 原子库,实现了爆破信号重构分量和残差分量的有效分离。通过信号短时傅里叶变换(short time Fourier transform, STFT)和魏格纳分布(Wigner-Ville distribution, WVD)对重构信号的时频分析及霍夫(Hough)变换时频聚集性对比,验证了 WVD 时频分析的优势。结果表明:MP-WVD 组合信号分析方法对信号变化的适应性强,能够精确捕捉信号的局部细节,适合用于爆破信号非线性时频特征的提取过程。可为爆破方案调整和参数优化提供参考。

**[关键词]** 冻结立井;爆破信号;匹配追踪算法;时频分析

**[分类号]** TD235.1

## Time-Frequency Feature Extraction of Shaft Blasting Signal Based on Matching Pursuit Algorithm

FU Xiaoliang<sup>①②</sup>, HUANG Lingjun<sup>①②</sup>, ZHANG Renwei<sup>①②</sup>, QIN Shuangshuang<sup>①②</sup>, LIU Jing<sup>①②</sup>

① School of Civil Engineering, Sanming University (Fujian Sanming, 365004)

② Key Laboratory of Engineering Material & Structure Reinforcement in Fujian Province College,  
Sanming University (Fujian Sanming, 365004)

**[ABSTRACT]** Based on the accurate acquisition of the vibration signal from shaft lining during the process of vertical shaft blasting, the Gabor atomic database was established by using the matching pursuit (MP) algorithm to realize the effective separation of the reconstruction component and the residual component of the blasting signal. The advantages of WVD time-frequency analysis were verified through the comparison of time-frequency analysis and Hough transform time-frequency aggregation of the reconstructed signal by STFT and WVD. The results show that MP-WVD combined signal analysis method having features of strong adaptability to signal change and accurate capture on the local details of the signal is suitable for the extraction process of nonlinear time-frequency characteristics of blasting signal. It can provide reference for blasting scheme adjustment and parameter optimization.

**[KEYWORDS]** freezing shaft; blasting signal; matching pursuit algorithm; time-frequency analysis

## 引言

随着我国浅部煤炭资源的日益减少甚至枯竭,煤炭开采逐步向更深的煤层发展<sup>[1-3]</sup>。立井作为连接地面工业场地和井下巷道的通道,被称为矿井的

“咽喉”,其建设质量直接关系到煤矿建设期和后续矿井服役期的安全。钻爆法由于经济性好、对地质条件的适应性强等特点,目前仍是立井开挖的主要工法之一。立井爆破开挖过程中,由于单循环起爆炸药量大,爆破产生的振动效应对井壁支护结构的扰动不可忽视,尤其对于新浇井壁,初凝期混凝土较

\* 收稿日期:2020-02-22

基金项目:福建省自然科学基金(2020J01390);三明学院科学研究发展基金暨福建省中青年教育科研资助项目(JAT190697, B201910);三明市引导性科技项目计划(2019-S-28)

第一作者:付晓强(1984-),男,博士,讲师,主要从事爆炸力学的研究。E-mail:fuxiaoqiang1984@163.com

低,在爆破动载荷作用下极易形成贯通裂缝。因此,开展井壁振动监测对于保障井壁安全和爆破参数优化具有极其重要的现实意义。

爆破振动信号中包含着体现爆破特征参数的重要信息,对于爆破信号特征的提取一直以来都是工程人员关注的热点。李清等<sup>[4]</sup>针对爆破信号中存在的模态混叠和虚假分量问题,采用改进的经验模态分解方法,有效消除了上述难题对信号特征提取的影响,实现了批量信号的预处理过程。张胜等<sup>[5]</sup>结合实测爆破信号,提出了模式自适应连续小波能量谱分析方法,直观揭示了信号的瞬时能量特征和能量的频带分布,优化了信号能量分析过程。韩亮等<sup>[6]</sup>针对深孔台阶爆破近区信号中含有的非线性失真及趋势项干扰,采用经验模态分解与小波方法等组合分析手段,有效地消除了信号中包含的基线漂零现象。钟明寿等<sup>[7]</sup>采用改进的匹配追踪(matching pursuit, MP)算法对化爆地震波信号进行了分析,有效地消除了信号中包含的交叉项对信号时频特征的影响。由于立井测试难度大,目前对于立井爆破井壁振动信号的分析还鲜有报道。

本文中,采用 MP 算法实现了立井爆破信号滤波去噪,并采用 WVD(Wigner-Ville distribution)对其时频域的非线性特征进行了分析,为爆破信号精细化特征提取提供了一种新的时频分析方法。

## 1 基本算法

### 1.1 MP 算法原理

MP 算法是将信号按照字典原子逐步分解,获得用字典中原子表达的信号分解方法,属于非线性信号的稀疏分解。该算法与统计学中的投影追踪算法在数学原理上极为相近,为一种贪婪算法<sup>[8-9]</sup>。设  $D$  为有限维 Hilbert 空间  $H$  中的一个超完备词典, $f$  为待分解信号( $f \in H$ ),数据长度为  $N$ ,则  $D$  满足<sup>[10]</sup>

$$D = \{g_\gamma : \gamma \in \Gamma\} \parallel g_\gamma \parallel = 1。 \tag{1}$$

式中: $g_\gamma$  为子波分解算子; $\Gamma$  为伽马函数。

MP 算法可将信号  $f$  投影到子波库  $D$  的子波上。设  $g_\gamma^{(0)} \in D$ ,则信号  $f$  可表示为

$$f = \langle f, g_\gamma^{(0)} \rangle g_\gamma^{(0)} + R_f。 \tag{2}$$

式中: $R_f$  为信号  $f$  利用子波匹配  $g_\gamma^{(0)}$  进行一次分解的残差分量。

为了尽可能使信号不缺失有效信息,要求残差分量尽可能小,这必然要求内积项  $\langle f, g_\gamma^{(0)} \rangle$  取极大值,同时满足  $g_\gamma^{(0)}$  与  $R_f$  是正交的,即

$$\parallel f \parallel^2 = \mid \langle f, g_\gamma^{(0)} \rangle \mid^2 g_\gamma^{(0)} + \parallel R_f \parallel^2。 \tag{3}$$

经过  $n(n \gg 0)$  次迭代,得到残差分量信号  $R_f^{(n)}$ ,此时重新选择一个子波  $g_\gamma^{(n)} \in D$ ,使其匹配  $R_f^{(n)}$ ,则

$$R_f^{(n)} = \langle R_f^{(n)}, g_\gamma^{(n)} \rangle g_\gamma^{(n)} + R_f^{(n+1)}。 \tag{4}$$

$R_f^{(n+1)}$  便是进行  $n+1$  次迭代得到的差值。因此,MP 算法核心在于利用式(4)实现信号分解的重复迭代过程,若迭代  $m$  次,则信号  $f$  可表示为<sup>[11]</sup>

$$f = \sum_{n=0}^{m-1} \langle R_f^{(n)}, g_\gamma^{(n)} \rangle g_\gamma^{(n)} + R_f^{(m)}。 \tag{5}$$

### 1.2 WVD 时频算法

任意给定信号  $x(t)$  的 WVD 分布表达式为<sup>[12]</sup>

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int x(t - \frac{1}{2}\tau) \cdot x(t + \frac{1}{2}\tau) e^{-j\tau\omega} d\tau。 \tag{6}$$

式中: $W(t, \omega)$  为信号  $x(t)$  的 WVD 分布表达; $t$  为时间; $\omega$  为角频率。

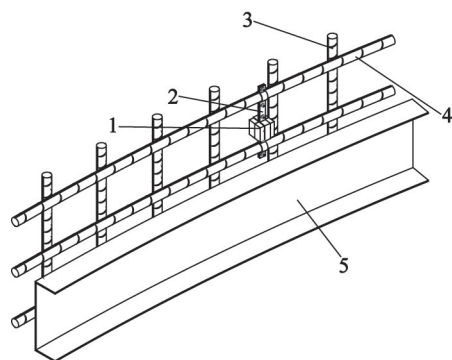
信号 WVD 表达式中不存在任何窗函数。因此,与传统的小波分析、短时傅里叶变换(STFT)等相比,其具有更高精度的时域和频域解析能力。

## 2 应用实例

### 2.1 信号采集与获取

对于煤矿立井而言,由于爆破装药量大,井壁浇筑养护时间短,大药量、多频次的爆破作业必然会对井壁及支护结构体产生不利影响。为了客观反映和准确评估爆破产生的井壁振动响应,有必要对井壁结构开展振动测试。由于立井施工作业空间极为有限,各工序相互影响严重。将测振传感器提前埋置于井壁内,调整至水平并固定牢靠,同时做好接头处的防水工作,尽可能降低爆破振动监测对正常施工的干扰。定制特定尺寸的保护箱,并将其绑扎固定在浇筑模板和钢筋笼之间的保护层间隙处,随浇筑作业将其预埋于井壁内。测试前,将仪器主机及相关配套附属配件(如供电电源等)放置于保护箱内并锁止,通过更换锂电池组可实现井壁结构持续不间断监测。具体如图 1 所示。

监测选择在山东兖矿集团万福煤矿主井井筒内开展。该井筒设计净直径 5.5 m,掘进荒径为 9.3 m,开挖断面 67.9 m<sup>2</sup>。采用煤矿许用抗冻水胶炸药和 MS1 ~ MS5 段毫秒电雷管光面爆破。总装药量为 340 kg;其中,MS1 段为掏槽眼,装药量为 27 kg;MS2 段辅助眼分两圈装药,装药量为 96 kg;MS3 段辅助眼装药量为 54 kg;MS4 段辅助眼装药 60 kg;MS5 段周边孔孔数为 49,孔间距为 600 mm,单孔装药量为

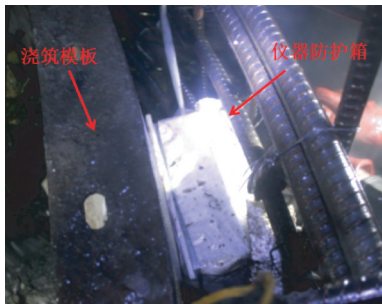


1 - 测振传感器;2 - 卡箍;3 - 纵向钢筋;  
4 - 横向钢筋;5 - 浇筑模板。

(a) 测试方案



(b) 传感器安装



(c) 测振主机固定

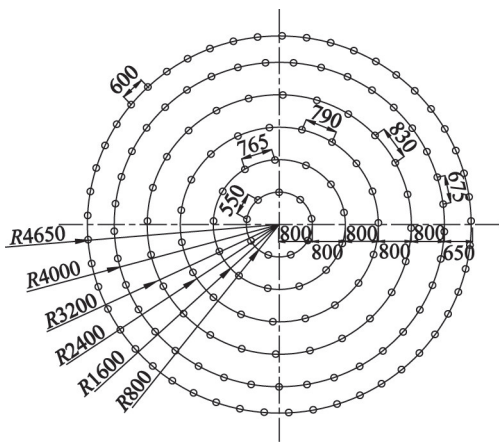
图 1 现场实施方案

Fig. 1 Site implementation plan

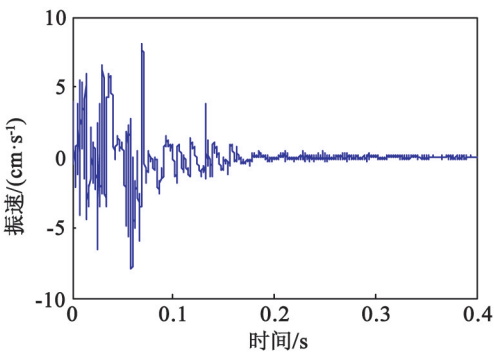
2.1 kg, 周边眼装药量为 102.9 kg。现场炮眼布置如图 2(a) 所示。

选用成都中科测控研发的 TC-4850 型测振仪, 采样频率为 8 kHz。图 2(b) 为该方案下监测到的距离工作面 3 m 处的井壁振动波形曲线, 信号波振速峰值为 8.05 cm/s, 振速谷值为 7.91 cm/s, 主振频率为 25.2 Hz。从波形图可知, 监测到的井壁振动信号波聚集在雷管延期时程范围内, 在 0.15 s 后逐渐衰减至基线归零位置, 体现了测试结果的有效性。

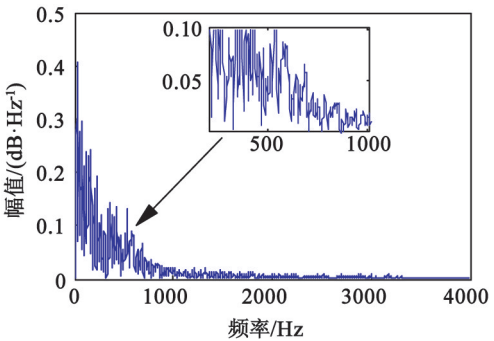
求取信号的频谱如图 2(c)。可以发现, 在全频谱范围内均存在明显的噪声成分, 对爆破信号特征的准确提取造成一定的干扰, 在信号处理过程中必须予以剔除。



(a) 炮眼布置图(单位:mm)



(b) 井壁振动信号波形



(c) 振动信号频谱

图 2 爆破方案及振动波形信息

Fig. 2 Blasting scheme and vibration waveform information

2.2 信号分解及重构过程

对于任意给定的爆破振动信号  $x(t)$ , 利用 Hilbert 变换可提前提取其中包含的瞬时频率和相位信息, 从而很大程度上缩小信号原子库的匹配数量, 减小计算复杂程度, 提高运算效率。具体步骤为<sup>[13]</sup>:

- 1) 选择 Gabor 原子并对其扩展, 形成匹配过完备原子数据库  $D_i(i=1,2,\cdots,I)$  ;
- 2) 令初始差值信号  $r_0$  等于初始信号  $x(t)$  ;
- 3) 对差值信号  $r_m(m=0,1,2,\cdots,M-1)$  进行 Hil-

bert 变换,获得其瞬时频率信息和相位信息,将其带  
入过完备原子库中,筛选并预先确定子波分解原子  
库范围;

4)从确定的原子库内找出与差值信号  $r_m$  最为  
匹配的原子,也就是内积最大的原子  $d_{mi}$ ,将匹配到  
的原子从差值信号中减去,获取新的差值信号  $r_{m+1}$ ;

5)重复步骤 3)和步骤 4),直至差值信号满足  
规定的条件。

经过上述运算,信号  $x(t)$  被分解为

$$x(t) = \sum_{i=0}^I c_{mi} d_{mi} + R。$$

(7)

根据上述算法原理,在 Matlab 平台输入待分解  
信号,设置相关分解参数进行 MP 稀疏分解,得到各  
子信号和残差分量,对子信号分别进行 WVD 计算  
并叠加,得到最优化的信号时频分布。见图 3。

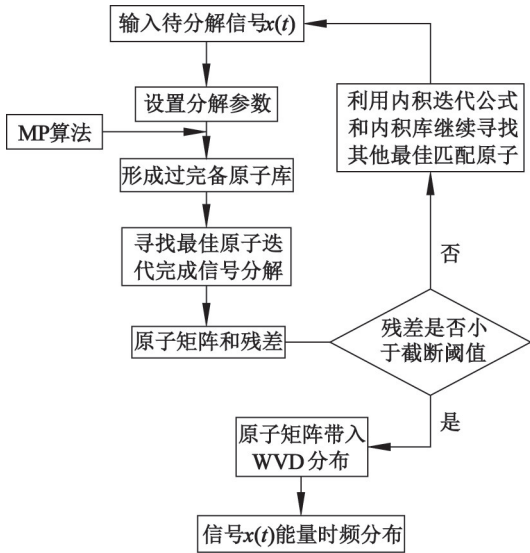


图 3 信号处理流程  
Fig. 3 Signal processing flow

在信号频谱分析中,Gauss 函数具有良好的时  
频聚集性。因此,建立的原子库中的每个 Gabor 原  
子都是由 Gauss 函数经伸缩、平移和调制得到的。  
基于 Matlab 平台,选取单正弦、双正弦及典型爆破  
信号进行编程计算发现,对信号采用可调窗函数  
Gabor 原子库,比传统的 Gauss 原子库运行时间更  
短、运算速度更快。

设  $g(t) = e^{-t^2}$ ,则经平移伸缩和调制后的 Ga-  
bor 原子为

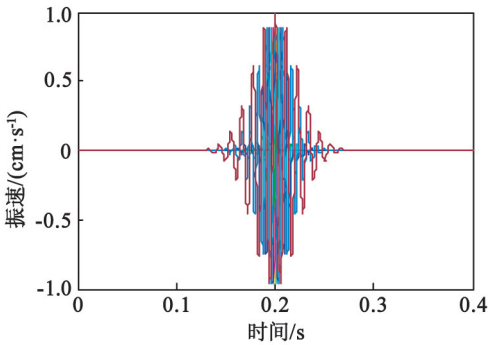
$$g_r = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) \cos(vt + w)。$$

(8)

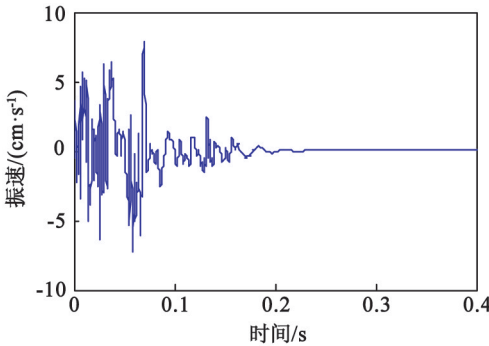
式中: $s$  为尺度参数; $u$  为位移参数; $v$  为频率参数; $w$   
为相位参数。

选择的 Gabor 原子库如图 4(a)所示。MP 分解

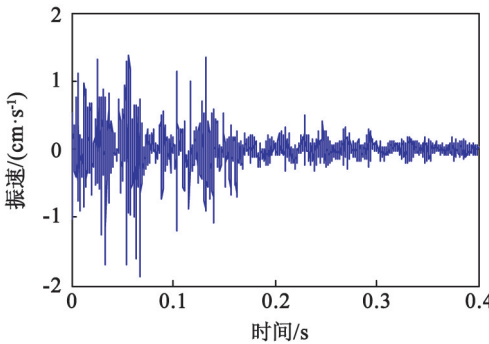
后得到的原子重构信号如图 4(b)所示;将其从原信  
号中分离,便得到了图 4(c)中的信号残差分量。从  
MP 算法分解结果可知,重构信号很好地保留了原  
信号中的波形和尖峰特征,能保持与原信号高度的  
相似性,有效滤除了信号高频噪声对信号特征分析  
的影响。



(a) Gabor 原子库(16 组)



(b) 重构信号



(c) 残差分量

图 4 匹配追踪分解重构信号及残差分量  
Fig. 4 Decomposition and reconstruction signal and  
residual components based on matching pursuit algorithm

为了验证 MP 算法分解的有效性,采用传统  
的小波分解(wavelet decomposition,WD)方法对图  
2(b)中的信号进行分解重构。分解时选用爆破信  
号分析中常用的 db8 小波基。由于测振仪最小工  
作频率为 5 Hz 左右,根据 Nyquist 采样定理,信  
号的采样



频率为 8 000 Hz,则其 Nyquist 频率为 4 000 Hz。因此,可将信号进行深度的 9 层分解,共得到 10 个频带( $a_9$ 、 $d_9 \sim d_1$ ),对应的频带分别为:0 ~ 7. 813 Hz, 7. 813 ~ 15. 625 Hz, 15. 625 ~ 31. 250 Hz, 31. 25 ~ 62. 50 Hz, 62. 5 ~ 125. 0 Hz, 125 ~ 250 Hz, 250 ~ 500 Hz, 500 ~ 1 000 Hz, 1 000 ~ 2 000 Hz, 2 000 ~ 4 000 Hz。计算各个频带能量占信号总能量的百分比,见图 5。

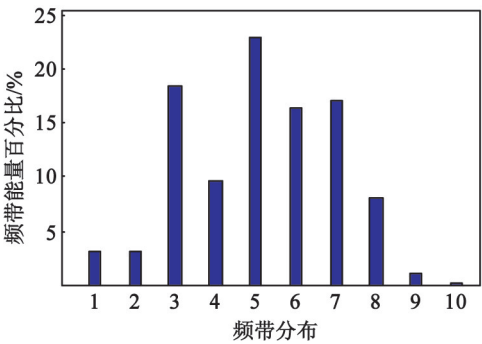


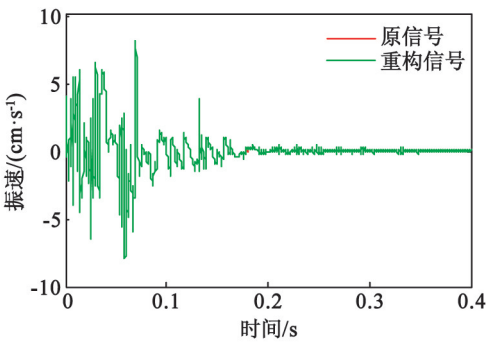
图 5 小波各频带能量占比分布

Fig. 5 Energy proportion distribution of each frequency band of wavelet

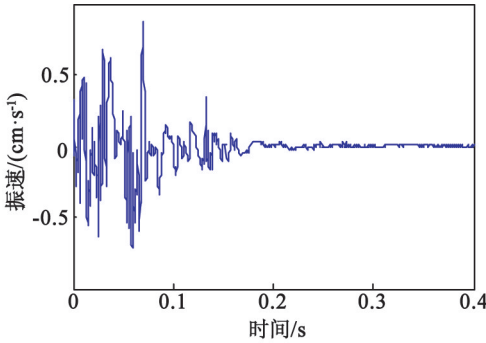
将能量百分比大于 5% 的 6 个优势频带( $d_3 \sim d_8$ )子信号进行叠加,便得到小波重构信号,如图 6 (a)所示。将其从原信号中去除,便会得到残差分量,如图 6(b)所示。从分解结果可知:WD 方法由于存在小波基选取的问题,同时重构分量的选取需要借助人工判别,高频噪声及干扰分量消除效果不佳,不同方法评价对比见表 1。表 1 中, $R_{sn}$  为信噪比; $S$  为均方根误差; $r$  为相关性系数。

3 爆破信号时频谱分析

爆破振动信号的时频分布对工程实践具有重要的实际指导意义<sup>[14-15]</sup>。由于爆破振动信号在时间



(a) 重构信号



(b) 残差分量

图 6 WD 方法重构信号及残差分量

Fig. 6 Reconstruction signal and residual component by wavelet method

表 1 消噪评价指标

去噪方法	评价指标		
	$R_{sn}$	$S$	$r$
WD	21. 382	0. 730	0. 803
MP	24. 541	0. 127	0. 954

轴上的复杂性,传统的时频分析方法无法满足分析精度的要求。二次型时频分布是更为精确的时频解析方法,比较典型的便是 WVD。分别对 MP 分解重构进行 STFT 和 WVD 时频分析,结果见图 7。

从图 7 中可知,STFT 时频分布获取的爆破振动信号分辨率较低,尤其在低频带内,由于窗函数选取和时频窗长度、宽度的影响,信号能量交叉项和模态混叠现象较为严重。因此,STFT 虽一定程度上揭示了信号的时频信息,但其聚集性差,时频密度等高线易堆积重叠。而基于子波匹配分解的 MP-WVD 计算能很好地提取爆破信号时频局部特征,辨识度高,能够进一步捕捉到爆破信号的细节。STFT 时频谱虽能够刻画信号的主频信息,但对于非主频的局部细节却无法准确展示。采用文献[16]中所述的 Hough 变换特征提取技术对图 7 中时频图像分别进行聚集性识别,结果如图 8 所示。

通过时频谱的 Hough 变换可知:传统的 STFT 缺乏局部聚集能力,在时频图上呈现连续状,对爆破信号复杂瞬态时变特征的解析度不足,其 Hough 变换图像的聚集性差,边缘锯齿现象严重,无法有效聚集到所关注的信号频带和时域区间。而 MP-WVD 时频谱 Hough 变换抗干扰能力强,可准确捕捉到信号的局部时频聚集特征,Hough 变换识别到 MS1 段(单自由面引起强振)和 MS5 段(单段起爆药量最大)两个段别雷管起爆引起的强振在时频域上的分布区间,分别为:MS1 段掏槽眼起爆振动波的能量主

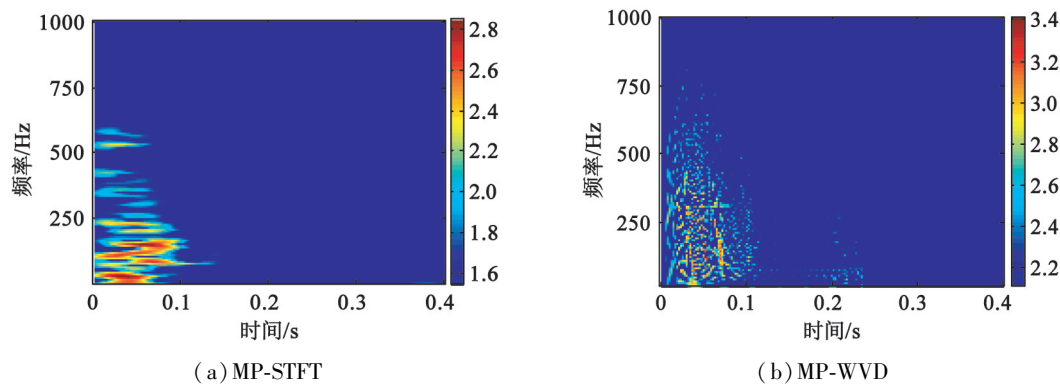


图 7 不同分析方法信号的时频分布

Fig. 7 Time-frequency distribution of different signal analysis methods

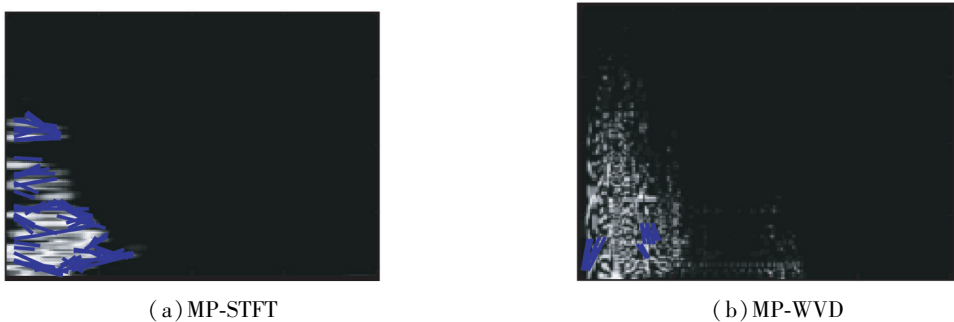


图 8 信号时频谱 Hough 变换

Fig. 8 Hough transform of time-frequency spectrum of signal

要聚集在 6 ~ 15 ms 和 20 ~ 60 Hz 频带范围内,MS5 段周边眼雷管起爆振动波能量主要聚集在 82 ~ 95 ms 和 90 ~ 150 Hz 频带范围内,可准确定位掏槽孔和周边孔爆破振动的主频和时域区间。由于掏槽孔起爆自由面单一,岩体夹制作用显著,同时低段别雷管精度高,起爆误差小,易出现振速峰值叠加,主频低且分布区间范围小。周边眼虽单段起爆药量大,但所用雷管段别高、精度差,且随着辅助眼部分岩体的顺利开挖,已形成第二附加自由面,致使信号主频相对较高,且频率范围更宽泛,在时间轴上的持续时间更长。爆破信号时频谱 Hough 变换时频聚集性识别分析为其主频特征的判定提供了理论依据。

4 结论

通过对冻结立井爆破过程中井壁振动信号进行 MP-WVD 联合分析,得到以下结论:

1) 与传统的小波分析和经验模态分解相比,MP 算法通过 Gabor 原子库中原子的迭代匹配过程,实现了信号有效信息与残差分量的分离。该算法运算速度快,可有效剔除信号中含有的高频低幅噪声和相关干扰分量的影响,是一种有效的信号分离和特

征提取算法。

2) MP-WVD 时频分布克服了传统 MP-STFT 时频算法对窗函数的依赖,能更好地提取爆破信号时频局部特征,对信号细节的辨识度高。MP-WVD 时频图像的 Hough 变换结果可确定爆破网路中掏槽孔和周边孔的主频和时间区间分布,为信号不同段别雷管起爆波形主频特征的判定提供了理论依据。

参 考 文 献

[1] 杨仁树,付晓强,杨立云,等. 冻结立井爆破冻结壁成形控制与井壁减振研究[J]. 煤炭学报,2016,41(12): 2975-2985.

YANG R S, FU X Q, YANG L Y, et al. Research on the shaping control of frozen wall and blasting vibration mitigation of shaft wall effect in mine vertical shaft[J]. Journal of China Coal Society, 2016,41(12): 2975-2985.

[2] 单仁亮,白瑶,宋永威,等. 冻结立井模型爆破振动信号的小波包分析[J]. 煤炭学报,2016,41(8): 1923-1932.

SHAN R L, BAI Y, SONG Y W, et al. Wavelet packet analysis of blast vibration signals of freezing shaft model [J]. Journal of China Coal Society, 2016,41(8): 1923-1932.

- [3] 马芹永,袁璞,张经双,等.立井直眼微差爆破模型试验振动测试与分析[J].振动与冲击,2015,34(6):172-176.  
MA Q Y, YUAN P, ZHANG J S, et al. Blasting vibration measurement and analyses of millisecond blasting models for vertical shaft blasting[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(6): 172-176.
- [4] 李清,徐文龙,张迪,等.爆破振动信号分析中模态混叠和虚假分量消除的改进方法[J].振动与冲击,2019,38(17):197-204.  
LI Q, XU W L, ZHANG D, et al. An improved method to eliminate modal aliasing and false component in blast vibration signals[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(17): 197-204.
- [5] 张胜,王智德,黎永索,等.基于模式自适应连续小波能量谱的爆破振动信号特征分析[J].爆破,2019,36(2):105-110,125.  
ZHANG S, WANG Z D, LI Y S, et al. Characteristics analysis of blast vibration signals based on pattern adapted continuous wavelet energy spectrum[J]. Blasting, 2019, 36(2): 105-110, 125.
- [6] 韩亮,刘殿书,辛崇伟,等.深孔台阶爆破近区振动信号趋势项去除方法[J].爆炸与冲击,2018,38(5):1006-1012.  
HAN L, LIU D S, XIN C W, et al. Trend removing methods of vibration signals of deep hole bench blasting in near field[J]. Explosion and Shock Waves, 2018, 38(5): 1006-1012.
- [7] 钟明寿,周辉,刘影,等.基于改进匹配追踪算法的化爆地震波信号时频特征提取[J].爆炸与冲击,2017,37(6):931-938.  
ZHONG M S, ZHOU H, LIU Y, et al. Time-frequency analysis of explosion seismic signal based on improved matching pursuit[J]. Explosion and Shock Waves, 2017, 37(6): 931-938.
- [8] 任浩,李宗杰,薛姣,等.基于稀疏反演的多道匹配追踪地震信号去噪方法及其应用[J].石油物探,2019,58(2):199-207.  
REN H, LI Z J, XUE J, et al. Multichannel matching pursuit based on sparse inversion for seismic data denoising and its application[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2019, 58(2): 199-207.
- [9] 曹俊海,顾汉明,尚新民.基于局部相关谱约束的多道匹配追踪算法识别微地震信号[J].石油地球物理勘探,2017,52(4):704-714.  
CAO J H, GU H M, SHANG X M. Microseismic signal identification with multichannel matching pursuit based on local coherence spectrum constraint[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2017, 52(4): 704-714.
- [10] 李振,李伟光,陈辉,等.基于匹配追踪的特征频率提取算法及其应用[J].振动与冲击,2019,38(19):7-13.  
LI Z, LI W G, CHEN H, et al. Feature frequency extraction algorithm based on MP and its application[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(19): 7-13.
- [11] 刘国海,丁灵卫,沈跃,等.广义正交匹配追踪电能质量信号重构方法[J].电测与仪表,2019,56(10):69-74.  
LIU G H, DING L W, SHEN Y, et al. Power quality signal reconstruction method based on generalized orthogonal matching pursuit[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(10): 69-74.
- [12] 王昕,何浩,范贤光,等.基于匹配追踪的拉曼光谱信号重构算法[J].光谱学与光谱分析,2018,38(1):93-98.  
WANG X, HE H, FAN X G, et al. Signal processing method for raman spectra based on matching pursuit[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2018, 38(1): 93-98.
- [13] 梅比,汪旭光,杨仁树.基于改进 MP-WVD 算法的核电厂建设爆破振动信号处理方法[J].爆炸与冲击,2019,39(4):045201.  
MEI B, WANG X G, YANG R S. Blasting vibration signal analysis technology of construction of nuclear power plant based on improved MP-WVD algorithm[J]. Explosion and Shock Waves, 2019, 39(4): 045201.
- [14] 闫泓杉,李丹,丁林阁.一种新的基于短时傅里叶变换的时频分析方法[J].兵工学报,2015,36(增刊2):258-261.  
YAN H S, LI D, DING L G. A new time-frequency analysis approach based on short time fourier transform[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(Suppl. 2): 258-261.
- [15] 杨仁树,付晓强,张世平,等.基于 EEMD 分形与二次型 SPWV 分布的爆破振动信号分析[J].振动与冲击,2016,35(22):41-47.  
YANG R S, FU X Q, ZHANG S P, et al. Analysis of blasting vibration signal based on EEMD fractal and quadratic time-frequency SPWV distribution[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(22): 41-47.
- [16] 李宏坤,张志新,郭正刚,等.时频图像 Hough 变换在滚动轴承故障诊断中的应用[J].振动、测试与诊断,2010,30(6):634-637,708.  
LI H K, ZHANG Z X, GUO Z G, et al. Rolling bearing fault diagnosis using Hough transform of time-frequency image[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 634-637, 708.